ESERCITAZIONE 1- Soluzioni

Sistemi di numerazione e cambiamenti di base

Algebre di Boole e funzioni logiche

Sistemi di numerazione e cambiamenti di base

Sistemi di numerazione e cambiamenti di base (1)

- 1) Convertire i seguenti numeri in binario, esadecimale e ottale:
  - a) 37
  - b) 148
  - c) 225
  - d) 1023

Sistemi di numerazione e cambiamenti di base (1) Soluzione (1)

Condurre numero in base 10 alla base *k*.

1) Dividere il numero per *k*, ottenendo così un quoziente Q e un resto R;
2) Memorizzare il resto R;
3) Ripetere i punti 1) e 2) fino a che non si ottiene un quoziente Q = 0;
4) Scrivere i resti nell'ordine inverso rispetto a quello della memorizzazione

Sistemi di numerazione e cambiamenti di base (1) Soluzione (2)

- a)
  - $(37)_{10}$ in base 2
  - 37 ÷ 2 = 18, R=1;
  - 18 ÷ 2 = 9, R=0;
  - 9 ÷ 2 = 4, R=1;
  - 4 ÷ 2 = 2, R=0;
  - 2 ÷ 2 = 1, R=0;
  - 1 ÷ 2 = 0, R=1.

$(37)_{10} = (100101)_2$

Sistemi di numerazione e cambiamenti di base (1) Soluzione (3)

$(37)_{10}$ in base 8

- 37 ÷ 8 = 4, R=5;
- 4 ÷ 8 = 0, R=4.

Quindi, $(37)_{10} = (45)_8$

$(37)_{10}$ in base 16

- 37 ÷ 16 = 2, R=5;
- 2 ÷16 = 0, R=2.

Quindi, $(37)_{10} = (25)_{16}$

Sistemi di numerazione e cambiamenti di base (1) Soluzione (4)

- b)
  - $(148)_{10}$ in base 2
  - 148 ÷ 2 = 74, R=0;
  - 74 ÷ 2 = 37, R=0;
  - 37 ÷ 2 = 18, R=1;
  - 18 ÷ 2 = 9, R = 0;
  - 9 ÷ 2 = 4, R=1;
  - 4 ÷ 2 = 2, R=0;
  - 2 ÷ 2 = 1, R=0;
  - 1 ÷ 2 = 0, R=1.
  - $(148)_{10} = (10010100)_2$

Sistemi di numerazione e cambiamenti di base (1) Soluzione (5)

$(148)_{10}$ in base 8

- 148 ÷ 8 = 18, R=3;
- 18 ÷ 8 = 2, R=2;
- 2 ÷ 8 = 0, R=2

Quindi, $(148)_{10} = (224)_8$

$(148)_{10}$ in base 16

- 148 ÷ 16 = 9, R=4;
- 9 ÷ 16 = 0, R=9

Quindi, $(148)_{10} = (94)_{16}$

Sistemi di numerazione e cambiamenti di base (1) Soluzione (6)

- c)
  - $(255)_{10}$ in base 2
  - 255 ÷ 2 = 127, R=1;
  - 127 ÷ 2 = 63, R=1;
  - 63 ÷ 2 = 31, R=1;
  - 31 ÷ 2 = 15, R = 1;
  - 15 ÷ 2 = 7, R=1;
  - 7 ÷ 2 = 3, R=1;
  - 3 ÷ 2 = 1, R=1;
  - 1 ÷ 2 = 0, R=1.
  - $(255)_{10} = (11111111)_2$

Sistemi di numerazione e cambiamenti di base (1) Soluzione (7)

$(255)_{10}$ in base 8

- 255 ÷ 8 = 31, R=7;
- 31 ÷ 8 = 3, R=7;
- 3 ÷ 8 = 0, R=3

Quindi, $(255)_{10} = (377)_8$

$(255)_{10}$ in base 16

- 255 ÷ 16 = 15, R=15;
- 15 ÷ 16 = 0, R=15

Quindi, $(255)_{10} = (FF)_{16}$

Sistemi di numerazione e cambiamenti di base (1) Soluzione (8)

- d)
  - $(1023)_{10}$ in base 2
  - 1023 ÷ 2 = 511, R=1;
  - 511 ÷ 2 = 255, R=1;
  - 255 ÷ 2 = 127, R=1;
  - 127 ÷ 2 = 63, R=1;
  - 63 ÷ 2 = 31, R=1;
  - 31 ÷ 2 = 15, R = 1;
  - 15 ÷ 2 = 7, R=1;
  - 7 ÷ 2 = 3, R=1;
  - 3 ÷ 2 = 1, R=1;
  - 1 ÷ 2 = 0, R=1.
  - $(1023)_{10}$ = $1111111111)_2$

Sistemi di numerazione e cambiamenti di base (1) Soluzione (9)

$(1023)_{10}$ in base 8

- 1023 ÷ 8 = 127, R=7;
- 127 ÷ 8 = 15, R=7;
- 15 ÷ 8 = 1, R=7;
- 1 ÷ 8 = 0, R=1

Quindi, $(1023)_{10} = (1777)_8$

$(1023)_{10}$ in base 16

- 1023 ÷ 16 = 63, R=15;
- 63 ÷ 16 = 3, R=15;
- 3 ÷16 = 0, R=3.

Quindi, $(1023)_{10} = (3FF)_{16}$

Sistemi di numerazione e cambiamenti di base (1) Soluzione (10)

Attenzione: possono essere usate alcune accortezze per velocizzare questo procedimento. Esistono due modi molto semplici per trasformare un qualsiasi numero in base 2 in base 8 o16.

Base 8

- Ogni tripletta di bit del numero in base 2 corrisponde a una cifra nel numero in base 8, esattamente alla suo valore binario in base 10.
- Esempio: $(37)_{10} = (100101)_2 = (?)_8$
  - $100 = 4$
  - $101 = 5$

  $(37)_{10} = (100101)_2 = (45)_8$

Base 16

- Ogni quartetto di bit del numero in base 2 corrisponde a una cifra nel numero in base 8, esattamente alla suo valore binario in base 10.
- Esempio: $(37)_{10} = (00100101)_2 = (?)_{16}$
  - $0010 = 2$
  - $0101 = 5$

  $(37)_{10} = (100101)_2 = (25)_{16}$

Sistemi di numerazione e cambiamenti di base (2)

- 2) Qual è la rappresentazione decimale, ottale e esadecimale della stringa binaria 1001101001?

Sistemi di numerazione e cambiamenti di base (2) Soluzione (1)

Condurre numero in base *k* alla base 10.

1) Per ogni cifra *i*, in posizione *j* del numero in base *k* (con *j*=0 la cifra meno significativa):
   1) Ottenere il valore $n_j = i * k^j$
2) Sommare gli n_j per ottenere il valore
3) $\sum_{j=0}^{m} n_j$, con *m* numero di cifre del numero in base *k*

Sistemi di numerazione e cambiamenti di base (2) Soluzione (2)

$(1001101001)_2$ =

= $1*2^0+0*2^1+0*2^2+1*2^3+0*2^4+1*2^5+1*2^6+0*2^7+0*2^8+1*2^9$ =

= $1+8+32+64+512=(617)_{10}$

Sistemi di numerazione e cambiamenti di base (2) Soluzione (3)

Usiamo lo stesso procedimento illustrato alla slide 12.

Base 8

$(1001101001)_2 = (?)_8$

$(001001101001)_2 = (?)_8$

- 001 = 1
- 001 = 1
- 101 = 5
- 001 = 1

$(001001101001)_2 = (1151)_8$

Base 16

$(1001101001)_2 = (?)_{16}$

$(001001101001)_2 = (?)_{16}$

- 0010 = 2
- 0110 = 6
- 1001 = 9

$(001001101001)_2 = (269)_{16}$

Sistemi di numerazione e cambiamenti di base (3)

- 3) Convertire, se possibile, in decimale i seguenti numeri esadecimali:
  - BARBA
  - DECADE
  - CACCIA
  - EFFE

Sistemi di numerazione e cambiamenti di base (3) Soluzione (1)

Cifre per codifica esadecimale:

- 0
- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 8
- 9
- A
- B
- C
- D
- E
- F

Se un numero presenta cifre diverse da quelle elencate, non è in rappresentazione esadecimale e non può essere convertito.

Sistemi di numerazione e cambiamenti di base (3) Soluzione (2)

- a)
  - BARBA
    - Contiene il carattere R, che non è una cifra della codifica esadecimale.
    - Non è convertibile.

Sistemi di numerazione e cambiamenti di base (3) Soluzione (2)

- b)
  - DECADE
    - È convertibile
    - $(DECADE)_{16} = (?)_{10}$
    - $(DECADE)_{16}=14*16^0+13*16^1+10*16^2+12*16^3+14*16^4+13*16^5=(14.600.926)_{10}$

Sistemi di numerazione e cambiamenti di base (3) Soluzione (3)

- c)
  - CACCIA
    - Contiene il carattere I, che non è una cifra della codifica esadecimale.
    - Non è convertibile.

Sistemi di numerazione e cambiamenti di base (3) Soluzione (3)

- d)
  - EFFE
    - È convertibile
    - $(EFFE)_{16} = (?)_{10}$
    - $(EFFE)_{16}=14*16^0+15*16^1+15*16^2+14*16^3=(61.438)_{10}$

Sistemi di numerazione e cambiamenti di base (4)

- **4. Quanti numeri diversi si possono rappresentare con *k* cifre in base *b*?**

  Se ne possono rappresentare esattamente b^k, che corrispondono a tutte le possibili combinazioni delle *b* cifre in k modi diversi.

Algebre di Boole e funzioni logiche

Algebre di Boole e funzioni logiche (1)

- **1) Semplificare le seguenti espressioni logiche:**
  - $AB + A\overline{B}C$
  - $\overline{A}\,\overline{B}CD + \overline{A}\overline{\overline{B}}CD + ABCD$

Algebre di Boole e funzioni logiche (1) Soluzioni (1)

Un' algebra di Boole è una tripla (K, +, *), in cui K è un insieme e + e * sono delle operazioni tra gli elementi dell'insieme K. Per le operazioni, valgono le seguenti proprietà:

1. Commutativa
   - a+b=b+a, a*b=b*a
2. Associativa
   - a+(b+c)=(a+b)+c, a*(b*c)=(a*b)*c
3. Assorbimento(1)
   - a+(a*b) = a, a*(a+b)=a
4. Assorbimento(2)
   - a + $\bar{a} \cdot$ b = a + b,
5. Distributiva
   - a*(b+c)=(a*b)+(a*c), a+(b*c)=(a+b)*(a+c)
5. Idempotenza
   - a+a=a, a*a=a
6. Esistenza minimo e massimo
   - a*0 = 0, a+1=1
7. Esistenza complemento
   - a* $\bar{a}$=0, a+ $\bar{a}$ =1
8. Esistenza elemento neutro
   - a+0=a, a*1=a
9. Doppia negazione
   - a = $\bar{\bar{a}}$

Algebre di Boole e funzioni logiche (1) Soluzioni (2)

Per semplificare, si intende una espressione equivalente a quella proposta in esercizio e non immediatamente riconducibile a una più semplice. Si tenga presente che la soluzione proposta non è l'unica. Applicheremo le proprietà appena illustrate.

Algebre di Boole e funzioni logiche (1) Soluzioni (3)

a) AB + A $\bar{B}$ C

- = A(B + $\bar{B}$ C) = per (5)
- = A(B + C) = per (4)
- = AB +AC per (5)

Algebre di Boole e funzioni logiche (1) Soluzioni (4)

b) $\bar{A}\ \bar{B}$ CD + $\bar{A}\ \bar{\bar{B}}$ CD+ABCD

- = CD($\bar{A}\ \bar{B}$ + $\bar{A}$B + AB) = per (5)
- = CD($\bar{A}$ ($\bar{B}$ + B) + AB) = per (5)
- = CD($\bar{A}$(1) + AB) = per (7)
- = CD($\bar{A}$ + AB) = per (8)
- = CD($\bar{A}$ + B) = per (4)
- = $\bar{A}$CD + BCD per (5)

Algebre di Boole e funzioni logiche (2)

- 2) Dimostrare la validità o meno delle seguenti uguaglianze logiche:
  a) AB+AC = A(B+C)
  b) $\overline{A}$ + $\overline{B}$ $\overline{C}$ +BC=1
  c) $\overline{A}$ B+ $\overline{B}$ +CB= $\overline{B}$
  d) B+ $\overline{B}$ B=0
  e) A = (ABC) + (A$\overline{(BC)}$)
  f) $\overline{\text{(A+B+C+D)}}$= A B C D

Algebre di Boole e funzioni logiche (2) Soluzioni (1)

Dimostrare l’equivalenza tra due espressioni booleane:

1. Utilizzare le proprietà per trasformare un’espressione nell’altra
2. Confrontare le tavole di verità delle due espressioni.

Algebre di Boole e funzioni logiche (2) Soluzioni (2)

a) AB+AC = A(B+C)

A	B	C	F	G
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

Algebre di Boole e funzioni logiche (2) Soluzioni (3)

a) AB+AC = A(B+C)

Con F = AB+AC e G = A(B+C)

VERO

Le due espressioni hanno la stessa tabella di verità e, dunque, sono equivalenti.

Algebre di Boole e funzioni logiche (2) Soluzioni (4)

b) $\bar{A} + \bar{B}\ \bar{C}$ +BC=1

A	B	C	F	G
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Algebre di Boole e funzioni logiche (2) Soluzioni (5)

b) $\bar{A} + \bar{B}\ \bar{C}$ +BC=1

Con F = $\bar{A} + \bar{B}\ \bar{C}$ +BC e G =1

FALSO

Le due espressioni non hanno la stessa tabella di verità e, dunque, <u>non</u> sono equivalenti.

Algebre di Boole e funzioni logiche (2) Soluzioni (6)

c) $\bar{A}$ B+ $\bar{B}$ +CB= $\bar{B}$

A	B	C	F	G
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	1	1	0

Algebre di Boole e funzioni logiche (2) Soluzioni (7)

c) $\bar{A}$ B+ $\bar{B}$ +CB= $\bar{B}$

Con F = $\bar{A}$ B+ $\bar{B}$ +CB e G = $\bar{B}$

FALSO

Le due espressioni non hanno la stessa tabella di verità e, dunque, non sono equivalenti.

Algebre di Boole e funzioni logiche (2) Soluzioni (8)

d) B+ $\bar{B}$ B=0

- B+ $\bar{B}$ B=
- = B= per (3)
- != 0

FALSO

NON è possibile trasformare la prima espressione nella seconda.

Algebre di Boole e funzioni logiche (2) Soluzioni (9)

e) A = (ABC) + $(A\overline{(BC)})$

- (ABC) + (A $\overline{(BC)}$) =
- = A(BC) + A $\overline{(BC)}$) = per (2)
- = A(BC + $\overline{(BC)}$) = per (4)
- = A(1) = per (7)
- = A per (8)

VERO

È possibile trasformare la seconda espressione nella prima.

Algebre di Boole e funzioni logiche (2) Soluzioni (10)

f) $\overline{(A+B+C+D)}$= A B C D

A	B	C	D	F	G
0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0

Algebre di Boole e funzioni logiche (2) Soluzioni (11)

f) $\overline{(A+B+C+D)} = \overline{A}\ \overline{B}\ \overline{C}\ \overline{D}$

Con $F = \overline{(A+B+C+D)}$ e $G = \overline{A}\ \overline{B}\ \overline{C}\ \overline{D}$

VERO

Le due espressioni hanno la stessa tabella di verità e, dunque, sono equivalenti.