

Prova scritta di esame del 19-6-2019

Ad ogni quesito proposto è associato il numero di punti ottenuti in caso di risposta corretta ed esaustiva. Risposte parziali possono portare all'attribuzione di una frazione di tale punteggio. Spiegare in modo chiaro ed esauriente i passaggi effettuati.

Il punteggio finale della prova risulta come somma dei punteggi acquisiti per i vari quesiti.

**Quesito 1** (7 punti): Si consideri il linguaggio delle espressioni parentetiche corrette, costituito dall'insieme delle stringhe sull'alfabeto  $\sigma = \{(\,)\}^+$  tali che:

1.  $\#_{\sigma}^{(} = \#_{\sigma}^{)}$
2. per ogni prefisso  $x$  di  $\sigma$ ,  $\#_x^{(} \geq \#_x^{)}$

dove  $\#_x^a$  indica il numero di caratteri  $a$  nella stringa  $x$ . Si dimostri che  $L$  è un linguaggio strettamente context free.

**Soluzione:**

Il linguaggio  $L$  può essere mostrato essere context free osservando che una espressione parentetica corretta può essere costituita da:

- una sequenza di espressioni parentetiche corrette, come  $(( ))(( ( ( ( ) ) ) ) )$ , oppure
- una espressione parentetica corretta racchiusa tra parentesi
- la coppia  $()$

Ne deriva la grammatica context free

$$S \rightarrow SS|(S)|()$$

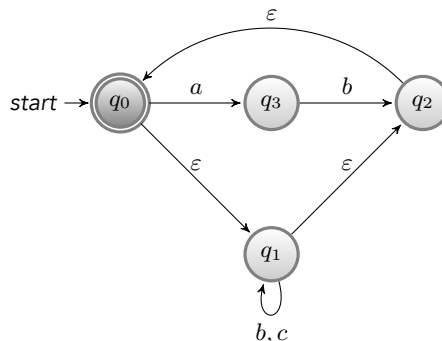
In alternativa, si può osservare che  $L$  è riconosciuto dal PDA seguente, che accetta per pila vuota:

	$(q_0, Z_0)$	$(q_0, X)$
$($	$(q_0, XZ_0)$	$(q_0, XX)$
$)$	$-$	$(q_0, \varepsilon)$
$\varepsilon$	$(q_0, \varepsilon)$	$-$

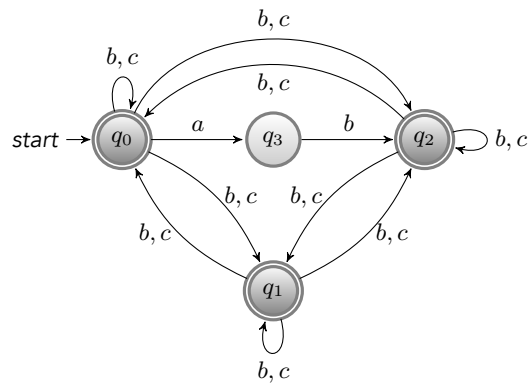
Per mostrare che il linguaggio non è regolare, applichiamo il pumping lemma per i linguaggi regolari alla stringa  $(^n)^n = uvw$ . Dato che  $|uv| \leq n$  e  $|v| \geq 1$  per ipotesi, abbiamo che necessariamente  $v = (^k$  con  $k \geq 1$ , per cui  $uv^2w = (^{n+k})^n \notin L$

**Quesito 2** (7 punti): Definire un automa a stati finiti deterministico che riconosca il linguaggio  $(ab + (b+c)^*)^*$ .

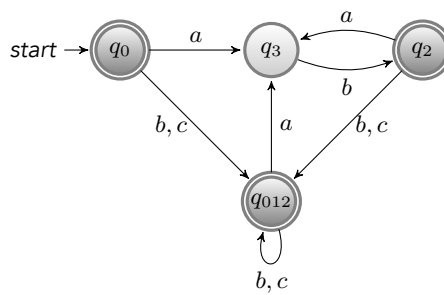
**Soluzione:** Possibile automa non deterministico con  $\varepsilon$ -transizioni che accetta il linguaggio



Automa non deterministico che accetta il linguaggio



Automa deterministico totale equivalente



**Quesito 3** (7 punti): Definire una grammatica in CNF che generi il linguaggio  $L = \{a^m b^n c^p d^q | m + n = p + q, m + n \geq 1\}$ .

**Soluzione:** Possibile grammatica

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aSd|bXd|aYc|bZc \\ X &\rightarrow bXd|bZc|\varepsilon \\ Y &\rightarrow aYc|bZc|\varepsilon \\ Z &\rightarrow bZc|\varepsilon \end{aligned}$$

Forma ridotta

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aSd|bXd|aYc|bZc|ad|bd|ac|bc \\ X &\rightarrow bXd|bZc|bd|bc \\ Y &\rightarrow aYc|bZc|ac|bc \\ Z &\rightarrow bZc|bc \end{aligned}$$

CNF

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AU|BV|AW|BT|AD|BD|AC|BC \\ X &\rightarrow BV|BT|BD|BC \\ Y &\rightarrow AW|BT|AC|BC \\ Z &\rightarrow BT|BC \\ U &\rightarrow SD \\ V &\rightarrow XD \\ W &\rightarrow YC \\ T &\rightarrow ZC \\ A &\rightarrow a \\ B &\rightarrow b \\ C &\rightarrow c \\ D &\rightarrow d \end{aligned}$$

**Quesito 4** (4 punti): Definire una espressione regolare che rappresenti l'insieme delle stringhe su  $\{0, 1\}$  aventi sia 00 che 11 come sottostringhe.

**Soluzione:**  $(0 + 1)^*00(0 + 1)^*11(0 + 1)^* + (0 + 1)^*11(0 + 1)^*00(0 + 1)^*$

**Quesito 5** (2 punti): Sia  $L$  un linguaggio non regolare: è corretto dedurre che, dato che l'insieme dei linguaggi regolari è chiuso rispetto all'operazione  $*$ ,  $L^*$  non è regolare? Motivare la risposta.

**Quesito 6** (4 punti): Sia data la grammatica

$$S \rightarrow Sa|bS|abS|\varepsilon$$

mostrare che nessuna stringa generata dalla grammatica contiene  $aab$  come sottostringa.

**Quesito 7** (2 punti): Cosa si intende per "derivazione destra" di una stringa?