

Prova scritta di esame del 19-6-2019

Ad ogni quesito proposto è associato il numero di punti ottenuti in caso di risposta corretta ed esaustiva. Risposte parziali possono portare all'attribuzione di una frazione di tale punteggio. Spiegare in modo chiaro ed esauriente i passaggi effettuati.

Il punteggio finale della prova risulta come somma dei punteggi acquisiti per i vari quesiti.

Quesito 1 (7 punti): Si consideri il linguaggio delle espressioni parentetiche corrette, costituito dall'insieme delle stringhe sull'alfabeto $\sigma = \{(\,)\}^+$ tali che:

1. $\#_{\sigma}^{(} = \#_{\sigma}^{)}$
2. per ogni prefisso x di σ , $\#_x^{(} \geq \#_x^{)}$

dove $\#_x^a$ indica il numero di caratteri a nella stringa x . Si dimostri che L è un linguaggio strettamente context free.

Soluzione:

Il linguaggio L può essere mostrato essere context free osservando che una espressione parentetica corretta può essere costituita da:

- una sequenza di espressioni parentetiche corrette, come $(())((((()))))$, oppure
- una espressione parentetica corretta racchiusa tra parentesi
- la coppia $()$

Ne deriva la grammatica context free

$$S \rightarrow SS|(S)|()$$

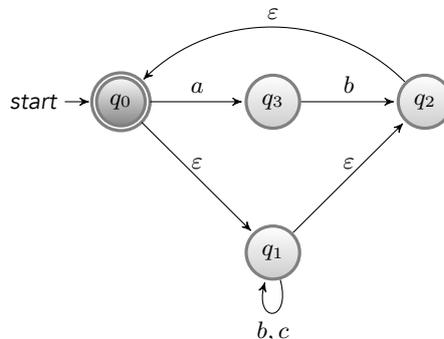
In alternativa, si può osservare che L è riconosciuto dal PDA seguente, che accetta per pila vuota:

	(q_0, Z_0)	(q_0, X)
$($	(q_0, XZ_0)	(q_0, XX)
$)$	$-$	(q_0, ε)
ε	(q_0, ε)	$-$

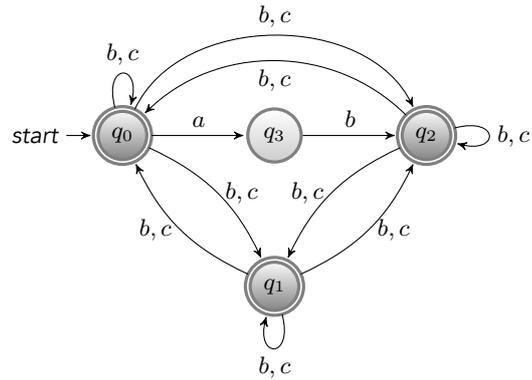
Per mostrare che il linguaggio non è regolare, applichiamo il pumping lemma per i linguaggi regolari alla stringa $(^n)^n = uvw$. Dato che $|uv| \leq n$ e $|v| \geq 1$ per ipotesi, abbiamo che necessariamente $v = (^k$ con $k \geq 1$, per cui $uv^2w = (^{n+k})^n \notin L$

Quesito 2 (7 punti): Definire un automa a stati finiti deterministico che riconosca il linguaggio $(ab + (b+c)^*)^*$.

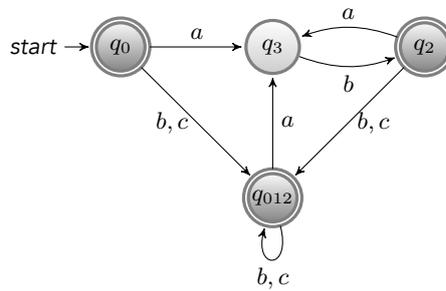
Soluzione: Possibile automa non deterministico con ε -transizioni che accetta il linguaggio



Automa non deterministico che accetta il linguaggio



Automa deterministico totale equivalente



Quesito 3 (7 punti): Definire una grammatica in CNF che generi il linguaggio $L = \{a^m b^n c^p d^q | m + n = p + q, m + n \geq 1\}$.

Soluzione: Possibile grammatica

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aSd|bXd|aYc|bZc \\ X &\rightarrow bXd|bZc|\varepsilon \\ Y &\rightarrow aYc|bZc|\varepsilon \\ Z &\rightarrow bZc|\varepsilon \end{aligned}$$

Forma ridotta

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aSd|bXd|aYc|bZc|ad|bd|ac|bc \\ X &\rightarrow bXd|bZc|bd|bc \\ Y &\rightarrow aYc|bZc|ac|bc \\ Z &\rightarrow bZc|bc \end{aligned}$$

CNF

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AU|BV|AW|BT|AD|BD|AC|BC \\ X &\rightarrow BV|BT|BD|BC \\ Y &\rightarrow AW|BT|AC|BC \\ Z &\rightarrow BT|BC \\ U &\rightarrow SD \\ V &\rightarrow XD \\ W &\rightarrow YC \\ T &\rightarrow ZC \\ A &\rightarrow a \\ B &\rightarrow b \\ C &\rightarrow c \\ D &\rightarrow d \end{aligned}$$

Quesito 4 (4 punti): Definire una espressione regolare che rappresenti l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ aventi sia 00 che 11 come sottostringhe.

Soluzione: $(0 + 1)^*00(0 + 1)^*11(0 + 1)^* + (0 + 1)^*11(0 + 1)^*00(0 + 1)^*$

Quesito 5 (2 punti): Sia L un linguaggio non regolare: è corretto dedurre che, dato che l'insieme dei linguaggi regolari è chiuso rispetto all'operazione $*$, L^* non è regolare? Motivare la risposta.

Quesito 6 (4 punti): Sia data la grammatica

$$S \rightarrow Sa|bS|abS|\varepsilon$$

mostrare che nessuna stringa generata dalla grammatica contiene aab come sottostringa.

Quesito 7 (2 punti): Cosa si intende per "derivazione destra" di una stringa?