Fondamenti dell'Informatica 1 SEMESTRE

Quiz sui linguaggi regolari

PROF. GIORGIO GAMBOSI A.A. 2018-2019

Problema 1: Data l'espressione regolare a^*, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Problema 2: Data l'espressione regolare $(ab)^*$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Problema 3: Data l'espressione regolare $a(a+b)^*a$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Problema 4: Data l'espressione regolare $(a + b)^*a(a + b)^*$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Problema 5: Data l'espressione regolare $(a(cd)^*a)^*$, definita su $\{a, b, c, d\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Problema 6: Data l'espressione regolare $(a+b)^*ab$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Problema 7: Data l'espressione regolare $(aa)^*$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Problema 8: Data l'espressione regolare $(a^*ba^*ba^*)^*$, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Problema 9: Data l'espressione regolare a^*b^*, definita su $\{a, b\}$, descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Problema 10: Data l'espressione regolare $(ba + a)^*(b + ba)^*$, definita su $\{a, b\}$ fornire 1 stringa che non appartiene al linguaggio relativo.

Problema 11: Data l'espressione regolare $a^*(b + aaa^*)^*a^*$, definita su $\{a, b\}$ fornire 1 stringa che non appartiene al linguaggio relativo.

Problema 12: Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono la sottostringa 000.

Problema 13: Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che non contengono la sottostringa 000.

Problema 14: Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono la sottostringa 000, ma non come caratteri iniziali.

Problema 15: Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono la sottostringa 000, ma non all'inizio né alla fine.

Problema 16: Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono esattamente tre caratteri 0

Problema 17: Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono al più tre caratteri 0

Problema 18: Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che contengono almeno tre caratteri 0

Problema 19: Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0, 1\}$ che inziano e terminano con due caratteri diversi.

Problema 20: Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0,1\}$ che contengono un numero dispari di 0

Problema 21: Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0,1\}$ che contengono un numero pari di 0

Problema 22: Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{0,\ldots,9\}$ che rappresentano interi divisibili per 5

Problema 23: Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{a,b,c\}$ che contengono un numero di caratteri a pari a $4k+1$, per qualche $k \geq 0$.

Problema 24: Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{a,b,c\}$ di lunghezza pari a $3k$, per qualche $k \geq 0$.

Problema 25: Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{a,b,c\}$ contenenti un numero di caratteri c pari a $3k$, per qualche $k \geq 0$.

Problema 26: Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{a,b,c\}$ contenenti 2 caratteri a o 3 caratteri b.

Problema 27: Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su $\{a,b,c\}$ contenenti 2 caratteri a e 3 caratteri b.

Problema 28: Mostrare che le seguenti espressioni regolari definiscono linguaggi diversi. $E_1 = ab + c^*$, $E_2 = (ab+c)^*$, $E_3 = a(b+c)^*$

Problema 29: Definire espressioni regolari per i seguenti linguaggi sull'alfabeto $\{a,b\}$.

1. Il linguaggio di tutte le stringhe che contengono almeno tre a.
2. Il linguaggio di tutte le stringhe che iniziano e terminano con lo stesso simbolo.
3. Il linguaggio di tutte le stringhe aventi sia ab che ba come sottostringhe.

Problema 30: Per una qualunque stringa $w = a_1 a_2 \ldots a_n$, la stringa inversa $w^{\mathcal{R}}$ di w è la stringa w in ordine inverso, $a_n \ldots a_2 a_1$. Per un qualunque linguaggio L, sia $L^{\mathcal{R}} = \{w^{\mathcal{R}} \mid w \in L\}$ il linguaggio composto dalle inverse delle stringhe in L.

1. Dimostrare che se L è regolare, anche $L^{\mathcal{R}}$ è regolare.
2. Sia dato l'alfabeto

$$\Sigma_3 = \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \ldots, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$

Σ_3 contiene tutte le colonne di 3 elementi aventi valore 0 o 1. Una stringa di simboli di Σ_3 corrisponde a tre righe di 0 e 1. Si consideri ogni riga come un numero espresso in notazione binaria, e sia

$$B = \{w \in \Sigma_3^* \mid \text{ la riga inferiore di } w \text{ rappresenta la somma delle due righe superiori}\}.$$

Mostrare che B è regolare. (Traccia: Usare il primo punto nel problema).

Problema 31: Si considerino i linguaggi $L_1 \subseteq \{0,1\}^*$, comprendente tutte e sole le stringhe contenenti il simbolo 0 in ogni posizione pari ad un multiplo di 3 (0,3,6,9,...), ed $L_2 \subseteq \{0,1\}^*$, l'insieme delle stringhe aventi almeno 3 caratteri. Mostrare che il linguaggio $L = L_1 \circ L_2$ è regolare.

Problema 32: Sia dato un linguaggio $L \subseteq \Sigma^*$. Sia *estraiCarattere*(L) il linguaggio composto da tutte le stringhe che possono essere ottenute eliminando un simbolo da una qualche stringa in L. Sia cioè *estraiCarattere*$(L) = \{xz | xaz \in L$ dove $x, z \in \Sigma^*, a \in \Sigma\}$. Mostrare che la classe dei linguaggi regolari è chiusa rispetto all'operazione *estraiCarattere*. (Traccia: Dato l'ASFD che riconosce L costruire un ASFND che riconosce *estraiCarattere*(L))

Problema 33: Definire le espressioni regolari che descrivono i seguenti linguaggi. Si intende che l'alfabeto è $\{0,1\}$.

1. $L_1 = \{w \mid w$ contiene la stringa 0101$\}$

2. $L_2 = \{w \mid w$ non contiene la stringa 100 come sottostringa$\}$
3. $L_3 = \{w \mid w$ inizia con 0 e ha lunghezza dispari, o inizia con 1 e ha lunghezza pari$\}$
4. $L_4 = \{w \mid w$ ha al più 5 caratteri$\}$
5. $L_1 = \{w \mid w \neq \varepsilon\}$

Problema 34: Siano r_1 e r_2 due espressioni regolari. Dimostrare se le seguenti proprietà sono vere o false:

1. $L(r_1^* r_1^*) = L(r_1^*)$
2. $L((r_1 + r_2)^* r_1^*) = L((r_1 + r_2)^*)$
3. $L((r_1 r_2)^*) = L(r_1^* r_2^*)$

Problema 35: Siano r_1 e r_2 due espressioni regolari. Dimostrare se le seguenti proprietà sono vere o false:

1. $L(r_1^* r_1^*) = L(r_1^*)$
2. $L((r_1 + r_2)^* r_1^*) = L((r_1 + r_2)^*)$
3. $L((r_1 r_2)^*) = L(r_1^* r_2^*)$

Problema 36: Siano r_1 e r_2 due espressioni regolari. Dimostrare se le seguenti proprietà sono vere o false:

1. $(r_1 r_2 + r_1)^* r_1 r_2 = (r_1 r_1^* r_2)^*$
2. $(r_1 r_2 + r_1)^* r_1 = r_1 (r_2 r_1 + r_1)^*$

Problema 37: Usare il *pumping lemma* e le proprietà di chiusura della classe dei linguaggi regolari per mostrare che i seguenti linguaggi non sono regolari.

1. $L_1 = \{0^a 1^b 2^c \mid 0 \leq a \leq b \leq c\}$
2. $L_2 = \{a^{2^n} \mid n \geq 0\}$
3. $L_3 = \{0^{n^2} \mid n \geq 0\}$
4. $L_4 = \{0^n 1^m 0^n \mid m, n \geq 0\}$
5. $L_5 = \{w \in \{0,1\}^*$ non è palindroma $\}$
6. $L_6 = \{a^n b^m | n < l + 3, n, l \geq 0\}$
7. $L_7 = \{wwww | w \in \{a,b\}^*\}$
8. $L_8 = \{a^n | k = \sqrt{n},$ con n, k interi e $n, k \geq 1\}$

Problema 38: Definire grammatiche regolari per i seguenti linguaggi

1. $L_1 = L((ab^*aaab^*a)^* + (bba^*b))$
2. $L_2 = \{a^n b^m | n + m = 2k, n, m, k \geq 0\}$

Problema 39: Sia $\Sigma = \{0, 1, +, =\}$ e sia ADD $= \{x = y + z \mid x, y, z$ sono interi in notazione binaria, e x è la somma di $y, z\}$. Mostrare che ADD non è regolare.

Problema 40: Sia L un linguaggio su $\{a, b\}$ tale che per ogni stringa $w \in L$:

1. w non contiene coppie di a adiacenti
2. ogni b in w è adiacente ad un'altra b
3. $\mid w \mid$ è pari.

Dimostrare che L è regolare.

Problema 41:(Prova d'esame del 30-1-2006). Dimostrare che il linguaggio $L = \{a^n b^m | n \leq m\}$ non è regolare.

Problema 42:(Prova d'esame del 24-2-2006). Dimostrare che il linguaggio $L = \{a^n b^{2n}\}$ non è regolare.

Problema 43:(Prova d'esame del 4-7-2006). Illustrare come sia possibile verificare, date due espressioni regolari r_1 e r_2, se esse definiscono lo stesso linguaggio. Mostrare come tale proedimento possa essere applicato per verificare che $a^*(ab + ba)^*b$ e $a^*b(a + ab)^*b^*$ non definiscono uno stesso linguaggio.

Problema 44:(Prova d'esame del 4-7-2006). Il linguaggio $\{a^ib^j | i+j \geq 4\}$ è regolare? Dimostrare la propria risposta.

Problema 45:(Prova d'esame del 4-7-2006). Il linguaggio $\{a^ib^j | i-j \geq 4\}$ è regolare? Dimostrare la propria risposta.

Problema 46:(Prova d'esame del 13-9-2006). Dimostrare che le espressioni regolari $r_1 = ab + c^*$, $r_2 = (ab + c)^*$, $r_3 = a(b + c)^*$ descrivono linguaggi diversi.

Problema 47:(Prova d'esame del 13-9-2006). Sia dato l'ASFND $\mathcal{A}$ con $\Sigma = \{0, 1\}$, $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $F = \{q_3\}$ e δ definita dalla tabella seguente:

	q_0	q_1	q_2	q_3
0		q_1	q_3	
1		$\{q_1, q_2\}$	q_3	
ε	$\{q_1, q_3\}$			

Derivare una espressione regolare che descriva il linguaggio accettato da $\mathcal{A}$

Problema 48:(Prova d'esame del 18-6-2007). Per ognuna delle seguenti proposizioni, dire se è vera o falsa, giustificando obbligatoriamente la risposta data.

1. Se L è un linguaggio regolare allora ogni $L' \subseteq L$ è regolare
2. Se L e L' sono linguaggi regolari allora $L - L'$ è regolare
3. 11000 appartiene al linguaggio $0^*1(11)^*10^*$
4. 01110 appartiene al linguaggio $0^*1(11)^*10^*$

Problema 49:(Prova d'esame del 18-6-2007). Dimostrare che il linguaggio $L = \{a^ib^j \mid i < j\}$ non è regolare.

Problema 50:(Prova d'esame dell'11-7-2007). Fornire le espressioni regolari che descrivono i seguenti linguaggi.

1. $L = \{a^{2i} \mid i > 0\}$
2. $L = \{\sigma \mid \sigma$ contiene esattamente 2 caratteri $a\}$
3. $L = \{\sigma \mid \sigma$ contiene un numero pari di caratteri $a\}$
4. $L = \{\sigma \mid \sigma$ contiene un numero dispari di caratteri $a\}$

Problema 51:(Prova d'esame dell'11-7-2007). Sia dato l'ASFD $\mathcal{A}$ con $\Sigma = \{0, 1\}$, $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$, $F = \{q_2\}$ e δ definita dalla tabella seguente:

	q_0	q_1	q_2
0	q_0	q_2	q_0
1	q_1	q_1	q_1

Derivare una espressione regolare che descriva il linguaggio$L(\mathcal{A})$ riconosciuto dall'automa.

Problema 52:(Prova d'esame dell'11-7-2007). Dimostrare che il linguaggio $L = \{a^nb^mc^n \mid n, m > 0\}$ non è regolare.

Problema 53:(Prova d'esame del 24-1-2008). Sia dato il linguaggio $L = \{\sigma \in \{a, b, c\}^* \mid \#a(\sigma) = \#b(\sigma) = \#c(\sigma)\}$, dove $\#x(\sigma)$ indica il numero di caratteri x nella stringa σ. Il linguaggio L è regolare? Dimostrare la risposta data.

Problema 54:(Prova d'esame del 24-1-2008). Data l'espressione regolare $r = a(b^* + a)$, derivare un automa a stati finiti deterministico che riconosca il linguaggio $L(r)$.

Problema 55:(Prova d'esonero del 25-2-2015). Si consideri il linguaggio $L = \{a^rb^sc^t | t = r - s\}$. Dimostrare che questo linguaggio non è regolare.

Problema 56:(Prova d'esonero del 9-2-2016). Dimostrare che il seguente linguaggio è regolare $L = \{a^kb^jc^i | i, j, k > 0\}$ dove k è dispari e $i > 2$, oppure j è dispari e $i \leq 3$.

Problema 57:(Prova d'esonero del 9-2-2016). Si definisca una grammatica di tipo 3 che generi il linguaggio $L = \{x0y | x \in \{0, 1\}^*, y \in \{0, 1\}^3\}$.

Problema 58:(Prova d'esonero del 4-3-2016). Sia dato il linguaggio

$$L = \{w \in \{a,b\}^* | w \text{ non è della forma } vv\}$$

Mostrare se L è regolare o meno.

Problema 59:(Prova d'esonero del 4-3-2016). Si definisca una grammatica di tipo 3 che generi il seguente linguaggio

$$L = \{a^n b^m c^k | n + m + k \text{ dispari}\}$$

Problema 60:(Prova d'esame del 18-7-2016). Definire una grammatica regolare che generi il seguente linguaggio

$$L = \{w \in \{0,1\}^* : w \text{ non contiene la sottostringa } 101\}$$

descrivendo e giustificando le scelte effettuate.

Problema 61:(Prova d'esame del 18-7-2016). Si determini se i linguaggi

$$L = \{a^i b^j c^i | i, j \geq 1\}$$

e

$$L = \{a^i b^j c^k | i, j, k \geq 0\}$$

sono regolari.

Problema 62:(Prova d'esame del 17-2-2016). Definire una grammatica di tipo 3, priva di simboli inutili, che generi il linguaggio descritto dall'espressione regolare $a^*bc^* + a(ab + c^*b)$

Problema 63:(Prova d'esame del 17-2-2016). Si definisca una grammatica regolare che generi il linguaggio L composto da tutte le stringhe su $\Sigma = \{a, b\}$ non contenenti la sequenza aba