ALGORITMO PRIMALE - DUALE

$$\min \ 8x_1 - 5x_2$$
$$x_1 + x_2 \le 6$$
$$2x_1 - 3x_2 \ge 4$$
$$x_1 \ge 0 \quad x_2 \le 0$$

SCRIVIAMO LA FORMA STANDARD DEL PROBLEMA

$$\min \ 8x_1 + 5x_2$$
$$x_1 - x_2 + s_1 = 6$$
$$2x_1 + 3x_2 - s_2 = 4$$
$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, s_1 \ge 0, s_2 \ge 0$$

SCRIVIAMO IL DUALE DELLA FORMA STANDARD

$$\max \ 6y_1 + 4y_2$$
$$y_1 + 2y_2 \le 8$$
$$-y_1 + 3y_2 \le 5$$
$$y_1 \le 0$$
$$-y_2 \le 0$$
$$y_1, y_2 \in \mathbb{R}$$

SCEGLIAMO UN PUNTO $y^{(0)}$ AMMISSIBILE PER IL PROBLEMA DUALE

$$y^{(0)} = \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

APPLICHIAMO LE CONDIZIONI DI COMPLEMENTARITÀ (2)

$\langle x, S_d \rangle = 0$, DOVE

$$S_d = \begin{bmatrix} Sd_1 \\ Sd_2 \\ Sd_3 \\ Sd_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ 0 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

DA CUI SI OTTIENE:

$x_1 = 0$, $s_1 = 0$.

SCRIVIAMO IL PROBLEMA PRIMALE RISTRETTO:

$$\min \; s_3 + s_4$$

$$-x_2 + s_3 = 6$$

$$3x_2 - s_2 + s_4 = 4$$

$$x_2 \geq 0,\; s_2 \geq 0,\; s_3 \geq 0,\; s_4 \geq 0$$

RISOLVIAMO IL PRIMALE RISTRETTO. IL TABLEAU È

		x_2	s_2	s_3	s_4
		0	0	1	1
s_3	6	-1	0	1	0
s_4	4	3	-1	0	1

PORTIAMO A $\emptyset$ I COEFFICIENTI DI s_3 E s_4 NELLA F.O.

		x_2	s_2	s_3	s_4
	-10	-2	1	0	0
s_3	6	-1	0	1	0
s_4	4	3	-1	0	1

$\rightarrow$

		x_2	s_2	s_3	s_4
	$-\frac{22}{3}$	0	$1/3$	0	$2/3$
s_3	$\frac{22}{3}$	0	$-1/3$	1	$1/3$
x_2	$4/3$	1	$-1/3$	0	$1/3$

IL VALORE DELLA FUNZIONE OBIETTIVO DEL PRIMALE RISTRETTO È $\frac{22}{3} \neq 0$, QUINDI NON ESISTE UNA SOLUZIONE AMMISSIBILE DEL PROBLEMA PRIMALE CON $x_1=0$ E $S_1=0$ E DOBBIAMO CAMBIARE $y^{(0)}$ IN $y^{(1)}$ POICHÈ NON È SOLUZIONE OTTIMA DEL DUALE.

$$y^{(1)} = y^{(0)} + \theta^{(0)} \cdot \pi^{*(0)}$$

DOVE $\pi^{*(0)}$ È LA SOLUZIONE OTTIMA DEL PROBLEMA DUALE RISTRETTO.

IL DUALE RISTRETTO È:

$$\max \ 6\pi_1 + 4\pi_2$$

$x_2)$ $-\pi_1 + 3\pi_2 \leq 0$

$S_3)$ $\pi_1 \leq 1$

$S_2)$ $-\pi_2 \leq 0$

$S_4)$ $\pi_2 \leq 0$

$\pi_1, \pi_2 \in \mathbb{R}$

POICHÈ NELLA SOLUZIONE OTTIMA PRIMALE $S_3^* = \frac{22}{3}$ E $x_2^* = \frac{4}{3}$ PER IL TEOREMA DEGLI SCARTI COMPLEMENTARI SI AVRÀ $Sd_1^* = 0$ E $Sd_2^* = 0$ NEL DUALE RISTRETTO, OVVERO

$$-\pi_1^* + 3\pi_2^* = 0, \quad \pi_1^* = 1$$

DA CUI SI OTTIENE

$$\pi^{*(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1/3 \end{bmatrix}.$$

QUINDI

$$y^{(1)} = y^{(0)} + \theta^{(0)} \pi^{*(0)} = \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} + \theta^{(0)} \begin{bmatrix} 1 \\ 1/3 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -5 + \theta^{(0)} \\ \frac{1}{3}\theta^{(0)} \end{bmatrix}.$$

SOSTITUIAMO $y^{(1)}$ NEI VINCOLI DUALI E OTTENIAMO

$$\begin{cases} -5 + \theta^{(0)} + \frac{2}{3}\theta^{(0)} \leq 8 \\ 5 - \theta^{(0)} + \theta^{(0)} \leq 5 \\ -5 + \theta^{(0)} \leq 0 \\ -\frac{1}{3}\theta^{(0)} \leq 0 \end{cases}$$

DA CUI SI OTTIENE $0 \leq \theta^{(0)} \leq 5$.
PRENDIAMO IL VALORE MASSIMO DI $\theta^{(0)}$ CHE SODDISFA LA RELAZIONE TROVATA, OVVERO $\theta^{(0)} = 5$, DA CUI SI HA $y^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{5}{3} \end{bmatrix}$.
A QUESTO PUNTO L'ALGORITMO RIPETE GLI STESSI PASSI PARTENDO DA $y^{(1)}$ FINCHÉ NON OTTIENE UN VALORE OTTIMO NULLO DEL PRIMALE RISTRETTO.